**Detalle de las ecuaciones clave del modelo 0-D**

**3) Dinámica de primer orden del ventilador**

Esta ecuación modela la **respuesta inercial** del sistema ventilador-conducto como un **bloque de primer orden**: la velocidad media del flujo U(t) no salta instantáneamente al setpoint Utarget, sino que **relaja exponencialmente** hacia él con constante de tiempo τs. Físicamente, τs encapsula la inercia del impulsor, pérdidas del sistema y cualquier retardo de control. Si U(0)=U0, la solución analítica es U(t)=Utarget+(U0−Utarget) e−t/τs. Así, valores menores de τs implican una aceleración más rápida del flujo; valores grandes, un arranque “perezoso”.

**5) Balance integral de especie (CSTR bien agitado)**

Es el **balance de masa de especie** en un **tanque perfectamente agitado** (CSTR) por unidad de profundidad (2D):  
**Acumulación** = **Entrada** − **Salida** + **Generación**.

* Acumulación: d(ρVc)/dt.
* Entrada: flujo másico de gas que entra ρQ multiplicado por la fracción de especie que trae cin.
* Salida: ρQc (misma Q porque hay un solo “pozo” bien mezclado).
* Generación: la inyección de pintura m˙(t) (kg/s por unidad de profundidad) que **aumenta** la masa de especie en el volumen.  
  Su validez reposa en dos supuestos: (i) **mezcla rápida** dentro del volumen (sin gradientes espaciales apreciables) y (ii) **ρ aproximadamente constante** (isotermo, diluciones bajas).

**6) Ecuación diferencial para la fracción másica c(t)**

Se obtiene dividiendo la ecuación (5) por ρV. Es una **EDO lineal de primer orden** con **coeficiente de purga**λ(t)=Q(t)/V: el primer término tiende a arrastrar c hacia cin con escala temporal τvent=V/Q; el segundo término eleva cpor efecto de la fuente. Con Q y m˙ constantes, el estado estacionario es css=cin+m˙/(ρQ) y la dinámica transitoria decae exponencialmente con τvent. Si se apaga la fuente (m˙=0), c **desciende** a cin con esa misma constante de tiempo.

**8) Avance temporal (Euler explícito)**

Implementamos las ecuaciones continuas con un **esquema de Euler hacia adelante**: en cada paso primero actualizamos U (dinámica del ventilador) y computamos Q=ULy; luego avanzamos c usando Q y la fuente al tiempo tn. Este integrador es **simple y estable** para este sistema 0-D si Δt es pequeño frente a las escalas τs y τvent=V/Q. Finalmente se **satura** c al rango físico [0,1].

**Tabla de términos y unidades**

| **Símbolo** | **Descripción física** | **Unidades** | **Aparece en** |
| --- | --- | --- | --- |
| Lx | Largo del recinto (2D, por unidad de profundidad) | m | (1),(5),(6) vía V |
| Ly | Altura del recinto (2D) | m | (2),(8) vía Q=ULy |
| V=LxLy | Volumen efectivo 2D (por unidad de profundidad) | m³ | (5),(6),(8) |
| ρ | Densidad del gas (aprox. constante) | kg·m⁻³ | (5),(6) |
| U(t) | Velocidad media del fluido | m·s⁻¹ | (2),(3),(8) |
| U0 | Velocidad inicial | m·s⁻¹ | CI de (3),(8) |
| Utarget | Setpoint/plateau de velocidad | m·s⁻¹ | (3),(8) |
| τs | Constante de tiempo del ventilador | s | (3),(8) |
| Q(t)=ULy | Caudal 2D (por unidad de profundidad) | m²·s⁻¹ | (2),(5),(6),(8) |
| c(t) | Fracción másica promedio de pintura | – | (5),(6),(8) |
| cin | Fracción másica en el aire de entrada | – | (5),(6),(8) |
| m˙(t) | Tasa de inyección de pintura (fuente) | kg·s⁻¹ | (5),(6),(8) |
| g(t) | Compuerta ON/OFF del spray (0 u 1) | – | (5),(6) vía m˙ |
| Δt | Paso de tiempo numérico | s | (8) |
| n | Índice temporal discreto | – | (8) |

Reglas prácticas:  
• Escala de purga τvent=V/Q → controla qué tan rápido baja c cuando no hay fuente.  
• Elegir Δt≪min⁡(τs,τvent) para curvas suaves y estables.

¡De una! Aquí van **4 principios físicos** con sus **ecuaciones generales** (forma integral de volumen de control y forma local/diferencial). Son las leyes base de cualquier modelo de flujo y mezcla; tu versión 0-D sale de integrarlas y asumir mezcla perfecta.

**1) Conservación de masa total (Continuidad)**

**Volumen de control (Reynolds):**

**Forma local:**

  ∂ρ∂t  +  ∇ ⁣⋅(ρ u)  =  m˙src ′′′

*Sentido:* la tasa de acumulación de masa en el control = flujo neto que entra por las fronteras + fuentes internas (p.ej., generación/evaporación si aplica).

**2) Conservación de masa de especie i (Advección–Difusión–Reacción)**

**Volumen de control:**

  ddt ⁣∫VρYi dV  +  ∮∂VρYi u⋅n dA  =  −∮∂VJi⋅n dA  +  ∫Vωi dV  +  m˙i,src

**Forma local (con ley de Fick):**

  ∂(ρYi)∂t  +  ∇ ⁣⋅(ρYi u)  =  −∇ ⁣⋅Ji  +  ωi  +  m˙i,src ′′′,Ji=−ρDi ∇Yi

*Sentido:* la especie i se transporta por **advección** (ρu), por **difusión** (Ji) y puede **generarse/consumirse** (ωi) o inyectarse (m˙i,src).  
*Tu caso:* una sola especie “pintura” con ω=0 y fuente interna (spray).

**3) Conservación de cantidad de movimiento (Navier–Stokes, fluido newtoniano)**

**Forma local (compresible):**

  ρ(∂u∂t+(u ⁣⋅ ⁣∇)u)=  −∇p  +  ∇ ⁣⋅τ  +  ρ g  +  f,τ=μ ⁣(∇u+∇u ⁣⊤)−23μ(∇ ⁣⋅u) I

*Sentido:* inercia = fuerzas de **presión**, **viscosas**, cuerpo (**gravedad**) y otras (f, p. ej. ventilador).  
*Tu modelo 0-D:* no resuelve u(x,t); lo reemplaza por una **dinámica de 1er orden del actuador** (régimen agregado):

  dUdt=Utarget−Uτs

que es la versión “lumped” (linealizada) de la respuesta del sistema ventilador–conducto.

**4) Energía (1ª ley) y cierre termodinámico (Ecuación de estado)**

**Energía total (forma local):**

  ∂(ρet)∂t+∇ ⁣⋅(ρet u)=  −∇ ⁣⋅q  −  ∇ ⁣⋅(p u)  +  ∇ ⁣⋅(τ⋅u)  +  q˙ ′′′

con q=−k∇T, et=e+12∣u∣2.

**Cierre (gas ideal mezcla):**

  p=ρ Rmix T,Rmix=∑iYi Ri

*Sentido:* la 1ª ley gobierna temperatura/energía; la **EOS** liga p,ρ,T.  
*Tu simulación:* **isoterma** (no se integra energía) y ρ constante; si se quisiera ρ variable, se usa la EOS.

**Cómo se vuelve tu modelo 0-D**

* Integra las ecuaciones de **especie** sobre el volumen V y asume **mezcla perfecta** ⇒ desaparecen gradientes espaciales; quedan solo **flujos frontera** y **fuentes internas**.
* Identifica el **caudal** 2D Q=∫∂Vu⋅n dA y usa la cinemática:

 Q(t)=U(t) Ly,V=LxLy

* Con ρ,V constantes y una entrada limpia cin, la ODE de CSTR que usas es:

 dcdt=Q(t)V(cin−c)+m˙(t)ρ V

* La **dinámica del ventilador** (sustituto agregado de Navier–Stokes + control) fija cómo evoluciona U(t) y, por tanto, Q(t).

**Mini-glosario (símbolos)**

ρ densidad; u velocidad; p presión; μ viscosidad; τ tens. viscosa;  
Yi fracción másica; Di difusividad; Ji flujo difusivo; ωi fuente de reacción;  
et energía total; q flujo de calor; k conductividad; T temperatura;  
V volumen (2D: LxLy); Q caudal (2D: ULy); n normal saliente.

En la simulación, partimos de la **conservación de masa total** para fijar el intercambio global de gas: al integrar la continuidad sobre el volumen de control y asumir mezcla perfecta, el flujo neto de masa cruza las fronteras como un **caudal** Q que ligamos cinemáticamente a la velocidad media U por Q(t)=U(t) Ly mientras el volumen efectivo es V=LxLy; sobre esa base aplicamos la **conservación de masa de la especie** (pintura) en forma de CSTR, donde la ecuación integral advección–difusión–reacción se reduce a la ODE dcdt=Q(t)V(cin−c)+m˙(t)ρV, que el código integra paso a paso para actualizar la **concentración promedio** c(t) con la fuente (spray) encendida o apagada; para el movimiento del fluido, en lugar de resolver Navier–Stokes usamos una **dinámica agregada de cantidad de movimiento** (actuador de 1er orden) dUdt=Utarget−Uτs que captura la inercia del ventilador y produce la rampa de **velocidad** U(t) que determina Q(t); finalmente, la **energía/EOS** se simplifica asumiendo régimen **isotermo** y **densidad constante** ρ (no resolvemos temperatura), aunque el mismo marco permite, si se requiere, usar la ecuación de estado p=ρRT para actualizar ρ(t) y acoplarla al balance de especie sin cambiar la estructura del integrador.

**Idea física:**

Entonces, modelamos la cabina como un **tanque perfectamente agitado** (sin gradientes espaciales). Entran dos corrientes con **densidades distintas** y sale una por el ventilador. La mezcla interna se caracteriza con su **masa total** M(t), su **masa de pintura** Ms(t), su **densidad** ρ(t)=M/V (que como ven es una función del tiempo) y su **fracción másica** de pintura c(t)=Ms/M. El volumen geométrico 2D (por unidad de profundidad) es V=Lx Ly.

**Entradas (masa por unidad de tiempo):**

* Aire:
* Pintura:

**Salida (ventilador):**

**Balances (se integran con Euler explícito):**

De aquí se actualizan

ρ(t)=M(t)/V, c(t)=Ms(t)/M(t).

* Si Qfan=Qair+Qpaint (cierre volumétrico), ρ(t) tiende a la media ponderada por caudales ρ⋆=ρairQair+ρpaintQpaintQair+Qpaint y c(t) a c⋆=ρpaintQpaintρairQair+ρpaintQpaint.
* Si Qfan es **mayor** (succión extra), sale más volumen del que entra: el volumen geométrico sigue fijo, así que **disminuye la masa** → **baja ρ(t)**. Si es **menor**, ocurre lo contrario.
* La concentración c(t) sube o baja según el balance entre aporte de pintura por la pistola y “lavado” por el ventilador.

**Cómo modelamos el paso por el ventilador (flujo y energía)**

**Caudal y velocidades:**

* El ventilador impone un **caudal de salida 2D** Qfan(t) (constante o con rampa de 1er orden desde un valor inicial a uno objetivo).
* La **velocidad en el plano del ventilador** es

Ufan(t)=Qfan(t)Ly.

* Para representar que el flujo en el recinto **no salta** instantáneamente a Ufan, usamos una velocidad “de bulto” que muestras en la gráfica:

Ubulk(t)⏟lo que reportamoscondUbulkdt=Ufan(t)−Ubulkτmix,

arrancando en Ubulk(0)=Uair (p. ej., 0.2 m/s). τmix (parámetro mix\_tau\_s) refleja el tiempo con el que la succión del ventilador “arrastra” el resto del volumen hasta estabilizarse.

**Balance de energía mecánica (análisis de potencia):**  
El ventilador **añade energía** al flujo. Lo cuantificamos como el incremento de **energía cinética específica** entre la mezcla que entra y la que sale, multiplicado por el flujo másico de salida:

ek,in(t)=m˙air12Uair2+m˙paint12Upaint2m˙air+m˙paint,ek,out(t)=12Ufan2,Δek(t)=ek,out−ek,in,Pfan(t)=ρ(t) Qfan(t)⏟m˙out Δek(t).

* Pfan(t)>0 ⇒ el ventilador **acelera** la mezcla (línea punteada positiva).
* Si además Ufan>Uair (por ejemplo, con Qfan=780 m2/h y Ly pequeño), verás en la gráfica que **la velocidad sube**desde 0.2 m/s hasta un plateau mayor.

**Resumen operativo:** el ventilador fija Qfan → fija Ufan. El **bulk** Ubulk empieza en la velocidad del aire de entrada y **relaja** hacia Ufan (controlado por mix\_tau\_s). En paralelo, el **balance de masas** con densidades distintas actualiza ρ(t) y c(t). Y la **potencia** del ventilador se evalúa a partir del salto de energía cinética entre entradas y salida.